

De los problemas de la implicación material en contextos naturales de razonamiento a la noción de relevancia para la implicación

Rodrigo Medina Vega

Dirección electrónica: rorromedina25@gmail.com

Institución de procedencia: Universidad del Centro de México.

Modalidad: Análisis de Modelos Didácticos.

Horizonte: Lógica en la Filosofía Aplicada.

1. Contexto del trabajo. Los problemas de la implicación material en contextos naturales de razonamiento¹

Durante el otoño de 2013 en el mes de octubre se llevaron a cabo los talleres de Café Lógico Filosófico², los cuales tienen el objetivo de brindar conocimientos básicos de lógica proposicional clásica a través de la discusión de temas generales, tal como lo hace un Café Filosófico tradicionalmente. La característica principal en un Café Lógico Filosófico es que se introducen las conectivas lógicas para estructurar el lenguaje que se utiliza en las sesiones.

Las sesiones de Café Lógico Filosófico necesitan de un número variable de sesiones que introduzcan las nociones elementales de la lógica proposicional, además de las herramientas lógicas dentro de las cuales se incluyen las conectivas. También, durante las sesiones de discusión, es necesario que las ideas expresadas por el moderador y los participantes tengan una forma proposicional específica de manera que sea posible adaptar las conectivas lógicas al lenguaje natural.

A lo largo de estas sesiones se observaron las dificultades que provoca el uso de la implicación material en contextos naturales de razonamiento, donde los temas a tratar y el lenguaje a utilizar pertenecen a situaciones más bien cotidianas. Es por ello que este trabajo presenta un tratamiento diferente para la conectiva de implicación lógica que posiblemente pueda colaborar a enfrentar la contraintuitividad de su uso en estos contextos. Este tratamiento es el que dan las lógicas de la relevancia a la implicación, donde existe una relación entre el antecedente y el consecuente.

El fin de exponer algunas características básicas de lógicas relevantes es dar a conocer un área de la lógica y filosofía de la lógica que pudiera colaborar a hacer del uso de la implicación una actividad que se adapte con mayor eficiencia a las necesidades de un contexto de lógica aplicada. Esto es, un contexto donde el objetivo sea la enseñanza de la(s) lógica(s) pero en cuyo entorno está presente el razonamiento natural.

Una adaptación de la noción de relevancia para la implicación en contextos donde el razonamiento y el lenguaje es natural conllevaría una cantidad considerable de tiempo para

¹ Se entenderá por contexto natural, uno en el que el pensamiento y el lenguaje son naturales, es decir, de carácter cotidiano, y no especializado en temas de lógica y filosofía de la lógica

² Los encargados de llevar a cabo los talleres fueron Víctor Hugo Galván Sánchez y su servidor, en el Colegio de Bachilleres 26 de San Luis Potosí.

lograr; una efectiva adaptación aún más. Este trabajo no da cuenta de la aplicación de la implicación relevante a estos contextos.

Considérese este trabajo como una primera exploración a una rica y extensa área de la lógica y filosofía de la lógica que podría dialogar con los problemas del acercamiento de la(s) lógica(s) a un público no introducido a estos temas. Esto es, los problemas de contraintuitividad y de generación de paradojas son problemas en la filosofía de la lógica, que también son problemas para la aplicación y enseñanza de la lógica.

A continuación se dan a conocer los problemas de la implicación material que se presentan en un contexto natural de razonamiento. Estos problemas corresponden principalmente al de contraintuitividad en la tabla de verdad, y al de la generación de paradojas. Ambos problemas se originan con la interpretación semántica veritativo-funcional de la materialidad, utilizada en la implicación de la lógica proposicional clásica.

2. Problemas de la implicación material. Contraintuitividad y paradojas

2.1 Interpretación semántica de la materialidad en la implicación

Tabla de verdad de la implicación material en lógica proposicional clásica:

	A	B	$A \rightarrow B$
I	V	V	V
II	V	F	F
III	F	V	V
IV	F	F	V

Donde, las líneas III y IV son contraintuitivas. Y donde además cada línea la tabla de verdad de la implicación material en lógica proposicional clásica puede entenderse si se toma en cuenta que la materialidad de la implicación tiene connotaciones matemáticas que versan sobre la instanciación universal de números. Para entender las líneas I, III y IV, donde la implicación tiene valor verdadero, L.T.F. Gamut en *Logic, Language and Meaning Vol. 1* (1991) brinda la siguiente explicación (trad. p. 34):

Considérese la oración a) Si un número es más grande que 5, entonces es más largo que 3. Con base en la oración anterior, puede decirse que b) Para todos los números x , si $x > 5$, entonces $x > 3$.

Ahora bien:

- Si $6 > 5$, entonces $6 > 3$. Donde se expresa la veritativo-funcionalidad de la línea I.
- Si $4 > 5$, entonces $4 > 3$. Donde se expresa la veritativo-funcionalidad de la línea III.
- SI $2 > 5$, entonces $2 > 3$. Donde se expresa la veritativo-funcionalidad de la línea IV

Ya que se acepta que es el caso que la oración b), no es posible que las líneas I, III y IV sean falsas. Esto se debe a que se acepta la universalidad de que si un número x es mayor que 5, entonces x debe ser mayor que 3.

Si bien la línea I parece no tener problemas, las líneas III y IV deben ser verdaderas a causa de la instanciación universal en b). Y ya que no es matemáticamente posible que un número x sea mayor a 5 pero no mayor a 3, entonces la línea II es falsa necesariamente.

A pesar de la contraintuitividad de la tabla de verdad presentada, puede apreciarse que el valor de verdad de una fórmula lógica de implicación material con la forma $A \rightarrow B$ en lógica proposicional clásica, depende del valor de los componentes con los que está construida, es decir, la cláusula de verdad de la implicación material es veritativo-funcional. Pero insistiendo en los problemas semánticos de las líneas III y IV, se menciona en la sección *Implication and Informativness* de L.T.F. Gamut:

“Defendimos la tabla de verdad para \rightarrow [implicación material] diciendo que es la única tabla de verdad aceptable si [la conectiva] si (... entonces)³ debería ser tratada como una conjunción veritativo-funcional... [pero] ...aparentemente hay mucho más en la semántica para la implicación de lo que se puede dar cuenta en lógica proposicional“. (p. 10)

2.2 Un ejemplo de contraintuitividad

A continuación se reproduce un ejemplo donde puede ocasionarse la contraintuitividad respecto a la interpretación semántica veritativo-funcional de la implicación material. El ejemplo expuesto es de L.T.F. Gamut:

³ El subrayado es mío.

En los casos de oraciones condicionales indicativas: Si **X** es un hombre entonces **X** no tiene poderes mágicos.

Parece que, en el caso de tener información del contexto de estas oraciones “...entonces el lenguaje natural provee de diversos elementos que permiten comunicar el conocimiento acerca de ello [en este caso de la información sobre la oración] de manera más efectiva” (p. 211) Si, por otro lado, analizamos la verdad de la oración solo en términos de veritativo-funcionalidad de la implicación material, no podríamos negar que alguien tiene poderes mágicos si solo contamos con la información que **X** es un hombre; parece más práctico evaluar la oración en términos de la información que poseemos del contexto donde ésta ocurre.⁴

Puede verse pues, que la semántica de la lógica proposicional puede dar cuenta de las condiciones de verdad de la implicación en términos de valores de verdad de los componentes que se encuentran en cada caso. Pero no puede explicar más allá de ello.

2.3 Otras interpretaciones semánticas para la implicación

Existen interpretaciones semánticas que pueden, en el caso de la implicación, dar cuenta de y justificar el significado de una relación entre el antecedente y consecuente. En lógicas relevantes, la condicione de verdad de la implicación no es veritativo-funcional. Las lógicas relevantes abren una posibilidad de hacer del uso de la implicación algo con más sentido natural e intuitividad. Con este fin, el objetivo de estas lógicas es eliminar las paradojas que se generan con el uso de la implicación material. Estas paradojas son las siguientes (Stanford, 2012):

$$p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$(p \rightarrow q) \text{ OR } (q \rightarrow r)$$

Además, las lógicas relevantes logran eliminar las paradojas que a la implicación Estricta de Lewis (un intento precursor de la relevancia con el mismo objetivo) no le fue posible. Estas paradojas son las siguientes (Stanford, 2012):

⁴ La contextualidad es otra noción importante para la implicación como objeto de estudio en filosofía de la lógica que no se tratará en este trabajo.

$$(p \ \& \ \neg p) \rightarrow q$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow q)$$

$$p \rightarrow (q \vee \neg q)$$

La introducción de la noción de relevancia en lógicas, en este sentido, constriñe las condiciones de verdad de la implicación. De manera que si una implicación de la forma $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ es verdadera, es porque cumple con el requisito necesario que \mathbf{A} y \mathbf{B} tienen un tipo de relación. Esto es conocido como Variable Sharing Principle (trad. Principio de Variable Compartida), cuya definición puede expresarse de la siguiente forma:

Para que $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ sea una fórmula verdadera, \mathbf{A} debe tener al menos una variable en común con \mathbf{B} , siendo una variable cualquier elemento contenido en \mathbf{A} y en \mathbf{B} . Con base en este principio $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ es verdadero porque la relación de entre \mathbf{A} y \mathbf{B} es relevante.

Con la intención de mostrar una implicación lógica que se haga cargo de los problemas de la interpretación material de la implicación (contraintuitividad por veritativo-funcionalidad y generación de paradojas) se revisarán dos interpretaciones semánticas que tratan la implicación con base en una condición de verdad de relevancia siguiendo el Principio de Variable Compartida.

2.4 Desde los problemas de la implicación material a la introducción de la noción de relevancia lógica como una interpretación semántica alternativa

Habiendo explicado el contexto dentro del cual se justifica la investigación aquí presente, y posterior a la explicación de algunos de los problemas de uso y contraintuitividad de la implicación material, este trabajo continuará su desarrollo con base en los siguientes propósitos:

- a) Exponer algunos aspectos generales del área de las lógicas relevantes como introducción a la noción de relevancia lógica.
- b) Dar una breve explicación del sistema R (creado por Anderson y Belnap), que un buen número de lógicas relevantes utilizan para mantener la relevancia en inferencias de la forma $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$. Esta explicación se llevará a cabo con el método sintáctico de deducción natural.

- c) Introducir la noción de la información como eje filosófico que brinda un significado a dos notables interpretaciones semánticas relevantes.
- d) Presentar las dos interpretaciones semánticas relevantes mencionadas. Una sección será para la semántica operacional de Urquhart, y otra sección será para la semántica relacional de Routley-Meyer.

Finalmente, tómese en cuenta que a lo largo del texto se hará uso solamente de un metalenguaje lógico. Nunca se hará referencia a un lenguaje objeto.

3. Introducción a la noción de relevancia para la implicación en sistemas lógicos

3.1 Introducción

Como se ha mencionado en la sección anterior, en lógica proposicional clásica el antecedente y consecuente de una Implicación Material son proposiciones que pueden diferir en contenido, y ello no impide que la Implicación deje de ser verdadera. Contrario a este criterio de verdad, los lógicos de la relevancia trabajan en el desarrollo de sistemas dentro de los cuales modelan los criterios de verdad de una implicación con el fin de que una implicación sea verdadera solo si hay una relación entre su antecedente y consecuente. Esto es, mantener una relación de relevancia. La introducción a la noción de relevancia que a continuación se dará se basa, en gran medida, en la explicación que da Stephen Read (2012)

3.2 Las razones de introducir la noción de relevancia lógica para la implicación

Para dar cuenta con más detalle del por qué se desarrollan sistemas lógicos con implicación relevante es importante mencionar la reflexión de Stephen Read, autor de *Relevant Logic: A Philosophical Examination of Inference* (2012), sobre las razones que inspiraron el desarrollo del sistema lógico relevante R de Anderson y Belnap⁵, el cual se debe al rechazo del *Ex Falso Quodlibet* (EFQ en sus siglas, o también conocido como Principio de Explosión⁶; en el que de una contradicción en lógica proposicional clásica se sigue cualquier cosa), y, por el contrario, establecer un sistema lógico en el que interpretación

⁵ Que será tratado en la siguiente sección con más detalle.

⁶ El EFQ tiene la forma lógica de $(A \ \& \ \neg A) \rightarrow B$

semántica de la implicación no sea veritativo-funcional. Las razones por las cuales en la implicación se prefiere que el valor de verdad de los componentes de la implicación no determine su valor mismo son las siguientes:

- a) Establecer que $(A \ \& \ \neg A)$ no es relevante para **B**.
- b) Establecer que la relevancia es una condición necesaria para la validez lógica.

Read además, hace notar que Anderson y Belnap se refieren a la idea de relación entre A y B en una implicación en dos sentidos diferentes:

- 1) Idea de conexión de significados: debe haber una conexión de significado entre antecedente y consecuente en $A \rightarrow B$. Esta condición debe ser necesaria mas no suficiente para la validez de $A \rightarrow B$.
- 2) Idea de derivación de utilidad: debe haber una condición necesaria y suficiente (para la validez de $A \rightarrow B$) de seguimiento: una derivación de **B** desde **A**, donde la premisa **A** de hecho se utiliza para derivar **B**.

De acuerdo con la p. 114 dice Read que “*Estas nociones informales en las motivaciones preliminares son transformadas en constreñimientos en la teoría formalizada*”. En términos generales, con base en lo que se ha dicho en esta sección y la anterior, la validez de la implicación relevante se adquiere cambiando los criterios de verdad que provee la interpretación semántica de la veritativo-funcionalidad por los criterios de relevancia que una interpretación semántica diferente pueda establecer.

3.3 Prehistoria de la relevancia lógica

Sexto Empírico atribuye el enfoque de la visión material de la implicación a los estoicos. Read cita las siguientes palabras del historiador griego acerca de los estoicos: “*Un silogismo hipotético [refiriéndose a una implicación] válido es uno que no comienza con verdad y termina con un consecuente válido... Solo aquel que comienza con verdad y termina con falsedad es inválido, y el resto es válido*’ (ii, 104-5)”. (p. 115) Esta es la descripción de las condiciones de verdad de la interpretación material.

Por otro lado, el autor expresa la posibilidad de que la idea en que la noción de validez de la implicación requería una relación de relevancia entre premisas y conclusión proviene de los pirrónicos. Cuenta Read que “*Sexto Empírico en su historia del Pirronismo habla de ‘aquellos que introducen conexión o coherencia aseveran que es un hipotético válido*

cuando el opuesto de su consecuente contradice su antecedente' (*Hipótesis Pirrónicas, ii 111*)". (pp. 114-115) Read no lo menciona claramente, pero Sexto Empírico habla del *Modus Tollens*⁷.

Uno de los primeros medievales en hablar sobre Ex Falso Quodlibet y la relevancia fue Domingo de Soto. Para demostrarlo, Read cita a Burgis (1529) donde de Soto rechazó el silogismo disyuntivo haciendo una distinción de la forma:

a) $A \vee B, \neg A \vdash B$ (Silogismo Disyuntivo)

b) $\vdash A \vee B, \vdash \neg A \Rightarrow \vdash B$ (Gamma)

Donde en a) Domingo de Soto rechaza la validez del Silogismo Disyuntivo porque no es posible aceptar la verdad de **A** y de $\neg A$ en una sola premisa de la forma $[(A \vee B) \& \neg A]$, y que de dicha contradicción se infiera **B** con la aceptación del EFQ. La fórmula a) infiere **B** de forma irrelevante. Y donde Domingo de Soto aceptaba la validez de la fórmula de b), ahora conocida como *Gamma*, ya que no existe contradicción al separar **A** y $\neg A$ en premisas diferentes y por tanto **B** no se infiere de una contradicción vía EFQ. La fórmula b) no infiere **B** de forma irrelevante.

Por el hecho de que el Silogismo Disyuntivo de la forma a) infiere **B** irrelevantemente de una contradicción aceptando EFQ, se rechaza en todos los sistemas de lógica relevante. Y por el hecho de que Gamma de la forma b) no acepta el EFQ, y por tanto, no infiere **B** irrelevantemente de una contradicción, se acepta en algunos sistemas de lógica relevantes. Una de las lógicas que lo acepta es el sistema R de Anderson y Belnap que será introducido a continuación.

4. Método de prueba del sistema R para implicación relevante por medio del método sintáctico de deducción natural

4.1 Introducción

A continuación se exponen tres pruebas sintácticas de deducción natural (consultadas en Stanford, 2012), con las cuales se explicará de manera general el método de relevancia utilizado por el sistema lógico R. Este sistema fue desarrollado por Alan Ross Anderson y

⁷ El *Modus Tollens* tiene la forma lógica: $[(A \rightarrow B) \& \neg B] \rightarrow \neg A$

Nuel D. Belnap en los años 70's del siglo pasado, y tiene como fin la construcción de inferencias con uso relevante de premisas, esto es, producir argumentos cuyas conclusiones posean relación con las premisas de la cuales se deduce la conclusión.

Estas pruebas servirán para ilustrar el uso relevante de premisas en las interpretaciones semánticas operacional y relacional por medio de la descarga de índices, las cuales se verán más adelante. La prueba 1 muestra el *Modus Ponens* como la base inferencial del sistema e introduce la noción de índices; la prueba 2 es un contraejemplo de relevancia en el que se identifica una premisa (o hipótesis, toda hipótesis es una premisa pero no viceversa) irrelevante para la conclusión; finalmente la tercer prueba expone la descarga de premisas por índices.

4.2 Sistema R

⊢ Prueba 1: *Modus Ponens* como la base inferencial del sistema R

1.	$\mathbf{A}_{\{1\}}$	(Hipótesis)
2.	$(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B})_{\{2\}}$	(Hipótesis)
3.	$\mathbf{B}_{\{1, 2\}}$	(<i>Modus Ponens</i> 1, 2)

Donde en el paso **3** los números dentro de llaves indican las hipótesis utilizadas para justificar la conclusión **B**, y son llamados índices.

⊢ Prueba 2: Hipótesis no relevantes para la conclusión en el sistema R

A manera de contraejemplo, se muestra que la hipótesis **2** no es relevante para la deducción de **B**.

1.	$\mathbf{A}_{\{1\}}$	(Hipótesis)
2.	$\mathbf{B}_{\{2\}}$	(Hipótesis)
3.	$(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B})_{\{3\}}$	(Hipótesis)
4.	$\mathbf{B}_{\{1, 3\}}$	(<i>Modus Ponens</i> 1, 3)

Donde la hipótesis **2** no es premisa para la conclusión, y no figura en los índices en el paso **4**.

⊢Prueba 3: (\rightarrow Introducción) como generación de una implicación relevante en el sistema R

En la siguiente deducción se muestra cómo los índices $\{1, 2\}$ que obtienen las conclusiones de las hipótesis con las que se justifican, indican las hipótesis que llevarán como antecedente en los siguientes pasos con (\rightarrow Introducción).

1.	$\mathbf{A}_{\{1\}}$	(Hipótesis)
2.	$\mathbf{(A \rightarrow B)}_{\{2\}}$	(Hipótesis)
3.	$\mathbf{B}_{\{1, 2\}}$	(<i>Modus Ponens</i> 1, 2)
4.	$\mathbf{((A \rightarrow B) \rightarrow A)}_{\{1\}}$	(\rightarrow Introducción 2, 3)
5.	$\mathbf{A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)}$	(\rightarrow Introducción 1, 4)

Donde en el paso 4 la fórmula del paso 3 obtiene la hipótesis 2 como antecedente, y en el paso 5, la fórmula del paso 4 obtiene la hipótesis 1 como antecedente. Y donde además, la fórmula del paso 5 es el Axioma de Aserción⁸, el cual se volverá a comprobar más adelante bajo las interpretaciones semánticas relevantes operacional y relacional por medio del método de deducción natural.

4.3 Conclusiones

Como puede observarse en el sistema R, la relevancia en implicación se genera, desde un enfoque sintáctico, a partir de la descarga de antecedentes por medio de índices de las hipótesis usadas en las inferencias correspondientes. Respecto a la descarga de índices menciona Mares en *General Information in Relevance Logic* (2008) que “En términos del sistema de deducción natural para lógica relevante, se evitan las paradojas imponiendo una condición en la que todas las premisas o hipótesis de una prueba sean realmente usadas en la prueba”. (p. 3) Éste método se verá reflejado en pruebas sintácticas de deducción natural contenidas en siguientes secciones del trabajo.

⁸ Peter Pagin (Stanford, 2007) da la definición de aserción lógica establecida por Gerhard Gentzen (creador del método de deducción natural y el cálculo de secuentes): “[Aserción puede entenderse como que] ...el consecuente es derivable del antecedente, o el consecuente puede ser acertado con base en el antecedente como una secuencia de asunciones”. Ésta bien puede ser una noción para interpretación del término ‘*entailment*’, traducido en este trabajo como ‘*seguimiento*’.

5. Noción de la información en lógicas relevantes

5.1 Introducción a la noción de la información

Maricarmen Martínez y Sebastian Sequoiah-Grayson en *Logic and Information* (Stanford, 2014) desarrollan una accesible y clara explicación de la inclusión de la noción de información, encontrada en diversas lógicas. Los autores reconocen tres enfoques complementarios de esta noción, donde cada uno posee un tratamiento de la información distinto de los demás. El enfoque de interés en el trabajo presente es el de la noción de la información como código, que es el utilizado por las lógicas subestructurales⁹ (dentro de las cuales se incluyen las lógicas relevantes).

Mencionan los autores que la noción de la información en áreas lógicas de la filosofía es muy reciente, ya que al inicio del presente siglo es cuando han surgido áreas que estudian formalmente la información desde la filosofía y la lógica. Routley-Meyer y Urquhart desarrollaron sus respectivas interpretaciones semánticas con una idea similar a la de la noción de la información cuando aún no había, a inicios de la década de los 70's del siglo pasado, un área concreta que estudiara la noción de la información en lógica y filosofía; en este sentido, Routley-Meyer y Urquhart son precursores de esta área de la filosofía de la lógica.

5.2 Definición para la noción de la información

Antes de entrar a la etapa formal del tema, es importante establecer una definición más clara del papel que tiene la noción de la información en una semántica para un lenguaje lógico. Para ello cito a Mares (2008)¹⁰, quien dice: “*Dar una [interpretación] semántica*

⁹ Según Restall en *Relevant and Substructural Logics* (2001) el término ‘subestructural’ es reciente, y cita a Schröder-Heisten y Dosen para definir el término: “*Ellos escriben: ‘Nuestro propósito es denominar a lógicas que puedan obtenerse... restringiendo reglas estructurales, [estas son las] lógicas subestructurales.’ (250, página 6) Las reglas estructurales mencionadas aquí permiten formas admisibles de transformaciones de premisas en pruebas*”. (trad. p. 2) Más adelante se verá con detalle el funcionamiento de estas reglas estructurales en pruebas de deducción natural con la semántica relevante y la operacional, y podrá obtenerse un mejor entendimiento acerca de lo que dice Restall.

¹⁰ El texto de Mares, *General Information in Relevant Logic*, lo he descubierto en una etapa terminal del presente trabajo, por lo que no me ha sido posible compartir más de su valioso contenido. Para cualquier persona interesada en una introducción accesible e interesante al tema de la relevancia con su relación a nociones de información recomiendo ampliamente el texto.

para una lógica... es dar una teoría sobre lo que representan las partículas que el lenguaje [lógico] representa.” (p. 2)

La noción de la información como código se inserta a una estructura sintáctica donde las piezas de información (mundos posibles de la forma *a, b, c*, etc.) están codificadas. Dentro de la estructura se encuentran además los procesos inferenciales y computacionales que hacen posible el tratamiento de la información en relación con las piezas de información. En su caso, las lógicas relevantes permiten, en sus más nuevas versiones, interpretaciones que “*capturan aspectos relevantes del enfoque de la información como código*”. (trad. Stanford, 2014)

Cuando una interpretación semántica, de cualquier lógica sub-estructural, se define en términos informacionales, cada una de estas semánticas puede ubicarse en una jerarquía de lógicas. Y para saber la ubicación de una determinada lógica en la jerarquía, necesitamos saber su poder expresivo. Donde el poder expresivo de una lógica se define por las reglas estructurales que acepta como axiomas.

5.3 Tres reglas estructurales para lógicas relevantes y su relación con la información

A continuación se exponen tres de las cinco reglas estructurales para lógicas relevantes¹¹ por medio de las cuales Martínez y Sequoiah-Grayson proponen una jerarquización de estas lógicas, de acuerdo al nivel de especificidad con el que preservan el uso de la información en inferencias (el paso de premisas a conclusión). Las reglas son interpretadas por los autores bajo la noción de la información, por lo que es posible saber el nivel de preservación de acuerdo a las reglas que una lógica relevante rechace.

Para entender, en primer lugar, el comportamiento de la equivalencia en una regla estructural de acuerdo a la noción de la información, se establece en el texto la siguiente fórmula como la forma general de una regla estructural, donde \longleftrightarrow denota equivalencia:

$$\mathbf{X} \longleftrightarrow \mathbf{Y}$$

Donde cualquier información generada del procesamiento en \mathbf{X} , dicha información también es generada del procesamiento en \mathbf{Y} . Por lo que la fórmula anterior puede escribirse así, donde \vdash denota consecuencia sintáctica:

$$\mathbf{X} \vdash \mathbf{A}$$

¹¹ Las dos reglas restantes encontradas en el texto no son importantes para los límites de este trabajo.

$Y \vdash A$

En este sentido, las reglas estructurales “modifican” la estructura de la información. En la forma genérica de reglas estructurales dada al inicio, tenemos que X es un “*cuerpo estructurado de información, donde el modo en que se organiza la información es muy importante*” (trad. de Stanford, 2014).

A continuación se presentan las reglas de Debilitamiento, Contracción y Conmutatividad. Donde el símbolo \oplus es un operador de fusión que fusiona piezas de información, y además \longleftrightarrow denota equivalencia:

1. (Debilitamiento) $A \longleftrightarrow A \oplus B$

Donde A es equivalente a la fusión de A y B , y viceversa. Y donde además, si en una estructura sintáctica se acepta Debilitamiento, no es posible saber cuáles piezas de información se utilizaron en una inferencia.

Es común rechazar esta regla en lógicas relevantes porque “*la preservación de cuerpos de información relevantes para la derivación de la conclusión es la motivación [en estas lógicas]*”. (trad. Stanford, 2014) Como se ha dicho anteriormente, una condición necesaria para la relevancia en inferencias lógicas es la identificación de las premisas utilizadas para la conclusión. Como puede verse, el rechazo de una regla estructural aumenta el nivel de detalle y especificidad del conocimiento de cómo la información es utilizada en inferencias. Se rechaza Debilitamiento para poseer una estructura más detallada del tratamiento de la información.

En el caso en que también se quiera saber la frecuencia con que se usa cada pieza de información en una serie de inferencias, se rechaza la siguiente regla estructural:

2. (Contracción) $A \oplus A \longleftrightarrow A$

Donde la fusión de A y A es equivalente a A , y viceversa. Y donde además, si se acepta Contracción, podemos utilizar todas las veces deseadas una pieza de información para inferir.

Cabe añadir que la regla de Contracción suele causar problemas de irrelevancia en la derivación de conclusiones. Edwin Mares (Stanford, 2012) ofrece un buen ejemplo de cómo el uso de esta regla, dentro del Axioma de Comprensión Naïve (usado en el sistema

relevante S^{12}), genera trivialidad. Siendo la forma general del Axioma de Comprensión Naïve:

$$\exists x \forall y (y \in x \leftrightarrow A(y))$$

La prueba en la que puede establecerse la trivialidad, con previa aceptación de Contracción, a través del método sintáctico de deducción natural es la siguiente:

┆ Prueba 4: Trivialidad del Axioma de Comprensión Naïve con principios inferenciales R por uso del Axioma de Contracción.

El problema de utilizar este axioma, en un sistema de relevancia fuerte, es que el sistema se vuelve trivial. Por ejemplo, el axioma utilizado con principios de inferencia del sistema R (Anderson y Belnap) permite deducir cualquier proposición arbitraria de la siguiente forma, en una prueba de deducción natural:

- | | | |
|----|---|---|
| 1. | $\exists \forall y (y \in x \leftrightarrow (y \in y \rightarrow p))$ | (Comprensión Naïve) |
| 2. | $\forall y (y \in z \leftrightarrow (y \in y \rightarrow p))$ | (Instanciación Existencial 1) |
| 3. | $z \in z \leftrightarrow (z \in z \rightarrow p)$ | (Instanciación Universal 2) |
| 4. | $z \in z \rightarrow (z \in z \rightarrow p)$ | (Definición \leftrightarrow y Eliminación de & 3) |
| 5. | $(z \in z \rightarrow (z \in z \rightarrow p)) \rightarrow (z \in z \rightarrow p)$ | (Axioma de Contracción) |
| 6. | $z \in z \rightarrow p$ | (Modus Ponens 4, 5) |
| 7. | $(z \in z \rightarrow p) \rightarrow z \in z$ | (Definición \leftrightarrow y Eliminación de & 3) |
| 8. | $z \in z$ | (Modus Ponens 6, 7) |
| 9. | p | (Modus ponens 6, 8) |

Donde p es cualquier proposición arbitraria y se utiliza el Axioma de Contracción en el paso 5 con la fórmula del paso 4. Y donde el Axioma de Contracción en 5 tiene la forma:

$$A \rightarrow (A \rightarrow B) \vdash_R (A \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B))$$

Ahora bien, para comprobar la legitimidad lógica del uso de del Axioma de Contracción dentro de la prueba sintáctica del Axioma de Comprensión Naïve, se encuentra debajo la prueba del Axioma de Contracción con el método sintáctico de deducción natural:

¹² Este sistema no es tratado en el presente trabajo.

⊢ **Sub-Prueba 4.1. Prueba y explicación del Axioma de Contracción utilizado en el paso 5:**

1. $A (A \rightarrow B)_{\{1\}}$	(Hipótesis)
2. $A_{\{2\}}$	(Hipótesis)
3. $A \rightarrow B_{\{1, 2\}}$	(<i>Modus Ponens</i> 1, 2)
4. $B_{\{1, 2\}}$	(<i>Modus Ponens</i> 2, 3)
5. $A \rightarrow B_{\{1\}}$	(\rightarrow Introducción 2, 4)
6. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$	(\rightarrow Introducción 1, 5)

Donde en el paso 4, **B** mantiene los índices $\{1, 2\}$ de las hipótesis 1 y 2 con las que fue posible deducir **B**. Así es posible descargar en **B** la hipótesis 2 y 1, en los pasos 5 y 6.

⊢ **Prueba 4. Continuación de prueba del Axioma de Comprensión Naïve:**

Y donde además, del paso 5 al 9 puede deducirse **p** trivialmente. De esta manera se genera la Paradoja de Curry, que consiste en poder deducir cualquier proposición arbitraria con el uso del Axioma de Contracción.

El problema del Axioma de Contracción, el cual reside en que no hay un límite para utilizar las hipótesis en inferencias, puede solucionarse si en un sistema más débil de relevancia se introducen contadores que numeren las veces que se utilizan hipótesis y constriñan esa cantidad de veces. Esta es la razón por la cual no se acepta Contracción en sistemas relevantes.

Finalmente, se presenta la regla estructural de Conmutación. Para saber el orden en que se usan las piezas de información en una inferencia se rechaza esta regla, que tiene la forma:

$$3. \text{ (Conmutación) } A \oplus B \longleftrightarrow B \oplus A$$

Donde la fusión de **A** y **B** es equivalente a la fusión de **B** y **A**, y viceversa.

Martínez y Sequoiah-Grayson añaden acerca del rechazo de la regla de Conmutación: “*El orden de la información será de particular interés en configuraciones temporales*” (trad. Stanford, 2014). Quizás una lógica relevante temporal puede rechazar Conmutación, y sería muy interesante dar cuenta de una, dado que el nivel de preservación. Sin embargo es un tema que no pertenece a los límites de este texto.

5.4 Conclusiones

La semántica operacional y la semántica relacional, que se verán a continuación, rechazan Debilitamiento y Contracción. La importancia de presentar Conmutatividad en esta sección reside en que ambas interpretaciones semánticas aceptan esta tercera regla. La conmutatividad pues, será una condición necesaria en las dos interpretaciones semánticas para generar relevancia y probar axiomas contenidos en ellas.

Pueden además, rechazarse más reglas con el fin de conseguir mayor detalle en el tratamiento que da una estructura de la noción de la información como código, pero aceptan Conmutatividad porque, si bien sería interesante saber a mayor detalle la forma en cómo se trata la información, es una regla necesaria para mantener la relevancia. En las dos interpretaciones a presentar la conmutación de hecho, tendrá un papel muy importante por el operador de tratamiento de la información que ambas semánticas utilizan.

6. La semántica operacional de Urquhart

6.1 Introducción

Michael Dunn y Greg Restall en *Relevance Logic and Entailment* (en Handbook of Philosophy of Logic Vo. 6, 2002) presentan una revisión extensiva al tópico de la relevancia en lógica. Dentro del artículo se encuentra una buena introducción teórica y formal, a la semántica operacional de Alasdair Urquhart¹³ y a la semántica relacional de Routley-Meyer. La presente sección toma como base una parte considerable de la exposición que Dunn y Restall hacen de las dos interpretaciones semánticas a presentar en esta sección y la siguiente.

Urquhart desarrolló una interpretación semántica de mundos posibles para una lógica relevante a finales de los años 60's denominada semántica operacional. Sobre esta interpretación desarrolló además, una explicación filosófica que da significado al término de relevancia, a la implicación relevante, y a los mundos posibles con los que es posible

¹³ Si se desea una explicación más profunda en términos formales de la Semántica Operacional puede consultar el texto *Semantics for Relevant Logics* (Urquhart, 1972).

construir la condición de validez para la implicación en términos de relevancia. Esta explicación es la noción de la información (tratada en la sección anterior).

6.2 Cláusula de verdad para la implicación, definiciones y propiedades de la semántica operacional

Dunn y Restall definen la semántica operacional con base en un conjunto K cuyos elementos (o mundos posibles) son “piezas de información”, y un operador binario (\circ) dentro del conjunto K que combina las piezas de información. Adicionalmente, hay una pieza de información vacía que se requiere para la definición de validez de la implicación relevante y tiene la forma:

$$0 \in K.$$

Donde la inclusión de la pieza de información vacía se debe a que todo conjunto posee un subconjunto vacío. Además, para la parte formal de esta sección tómese en cuenta que $x \models \mathbf{A}$ puede leerse como “ \mathbf{A} es el caso de acuerdo a la pieza de información x ”.

La cláusula de valuación para la implicación relevante de la semántica operacional es:

$$(\rightarrow) (x \models \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \leftrightarrow \{\forall y \in K [(y \models \mathbf{A}) \rightarrow (x \circ y \models \mathbf{B})]\}$$

Donde la cláusula de izquierda a derecha dice que si es el caso que $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ en la pieza de información x , entonces si \mathbf{A} es el caso en la pieza de información y , es el caso que \mathbf{B} en la unión de la pieza de información x con la pieza de información y por *Modus Ponens*. Y donde además la cláusula dice de derecha a izquierda que si es el caso que \mathbf{A} en la pieza de información y , entonces la unión de la pieza de información x con la pieza de información y es el caso porque en la pieza de información x es el caso que $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$.

Dunn y Restall introducen las siguientes equivalencias como propiedades del relator binario (\circ) con el que trabaja la semántica operacional:

(Identidad) $0 \circ x = x$

(Conmutatividad) $x \circ y = y \circ x$

(Asociatividad) $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$

(Idempotencia) $x \circ x = x$

Estas propiedades expresan la idea de la unión de piezas de información por el relator binario (\circ), y están “...*dispuestas naturalmente por la idea de que (\circ) es la ‘unión de piezas de información’*”. (Dunn & Restall p. 66)

Habiendo definido la semántica operacional en términos formales, cabe añadir que esta interpretación semántica es denominada como una semántica *semi-lattice*, porque trabaja con un conjunto que posee el mínimo elemento vacío, que en este caso es una pieza de información vacía. Es una semántica *semi-lattice* también, porque el operador que posee se comporta como una conectiva binaria.

6.3 \vdash Prueba 5 de deducción natural del Axioma de Aserción con semántica operacional

La regla de Conmutatividad juega un papel importante para la relevancia de la implicación en la semántica operacional. Esta importancia se demuestra en la siguiente prueba sintáctica de deducción natural (consultada en Dunn & Restall, p. 67), donde se comprueba el Axioma de Aserción, perteneciente a la semántica presentada:

1. $x \vDash A$	(Hipótesis)
2. $z \vDash A \rightarrow B$	(Hipótesis)
3. $xUz \vDash B$	(<i>Modus Ponens</i> 1, 2)
4. $zUx \vDash B$	(Conmutatividad 3)
5. $x \vDash (A \rightarrow B) \rightarrow B$	(\rightarrow Introducción 2, 4)
6. $0Ux \vDash (A \rightarrow B) \rightarrow B$	(Identidad 5)
7. $0 \vDash A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow B]$	(\rightarrow Introducción 5)

Donde he modificado la prueba del texto original, reemplazando $[x, A]$ por $[x \vDash A]$, misma equivalencia que los autores proporcionan, y he adaptado el nombre de algunas reglas por los nombres de las reglas del sistema R. Y donde la descarga de hipótesis por índices es explicada a detalle en las pruebas sintácticas de Anderson y Belnap (expuestas en una sección previa), con lo que en el paso **5** se descarga la hipótesis **2** como antecedente de la fórmula del paso **4**

Finalmente, donde se utiliza Identidad del paso **5** al paso **6**, de la forma $(x = 0 \circ x)$, y en el paso **7** se descarga la hipótesis **1** como antecedente de la fórmula del paso **6**. La

fórmula del paso 7 es tautológica por ser consecuencia semántica de un conjunto vacío de premisas.

7. La semántica relacional de Routley-Meyer

7.1 Introducción

A continuación se presenta la semántica relacional de Routley-Meyer, en la que se incluirán las respectivas definiciones y propiedades formales que brindan Dunn y Restall. La razón de presentar la estructura formal de las dos semánticas con base en el mismo texto que en la sección de la semántica operacional, es que así se permite una comparación más accesible entre las dos semánticas. Adicionalmente, en esta sección se explica de manera breve la lógica B (en Priest, 2008) y su relación con la semántica relacional, además de algunas notas recolectadas del texto *Relevance Logic* (Stanford, 2012).

Narran Dunn y Restall que Michael Routley concibió una idea similar a la de Urquhart durante la misma época. Routley, a finales de los años 60's desarrolló primer bosquejo de una semántica que trabajaba con base en un relator ternario que establecía relaciones de acceso a mundos posibles de la forma: *Rabc*. Meyer y Dunn (principalmente Meyer), colaboraron a mejorar el bosquejo de la semántica que Routley tenía en 1971. Este bosquejo favorecía mucho a la semántica operacional en principio, y posteriormente tomaría la forma de la semántica relacional adoptando el relator ternario, mismo que Meyer le sugirió.

Es importante mencionar que tanto la semántica operacional y la relacional están construidas sobre una teoría de conjuntos, y en las que las propiedades de los operadores que utiliza cada semántica son similares a las que poseen la disyunción y la conjunción. Estos operadores, como se ha visto en el caso del operador binario (\circ), son elementos necesarios para la preservación de relevancia en inferencias.

7.2 Sobre la cláusula de condición de verdad para implicación relevante

Graham Priest en *An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is*¹⁴ expone la lógica B (también conocida como básica), como aquella que puede definirse como

¹⁴ El autor incluye también algunas extensiones notables de la Lógica B que pueden consultarse en el texto.

cualquier lógica genérica que trabaje con un relator ternario. Así, la semántica relacional Routley-Meyer puede denominarse como una lógica B. Priest además brinda la cláusula de condición de verdad de la implicación en un semántica ternaria, la cual es efectiva en la semántica Relacional: “una relación ternaria $[R^{15}] Rxyz^{16}$ significa algo como: para todo A y B , si $A \rightarrow B$ es verdadero en x , y A es verdadero en y , entonces B es verdadero en z ” (p. 188). Si se formaliza la cláusula que describe el autor, se puede establecer de la siguiente manera:

$$[(A \rightarrow B = V \text{ en } x) \ \& \ (A = V \text{ en } y)] \rightarrow (B = V \text{ en } z)$$

En la formulación anterior se utilizan tres mundos (a , b y c) en relación de acceso de la forma $Rabc$, de tal manera que, para que la implicación $A \rightarrow B$ tenga los valores de $\{A=V \rightarrow B=V\}$ entonces $\{\rightarrow = V\}$, si en el mundo a ($A \rightarrow B = V$) y en el mundo b ($A = V$), entonces es el caso que ($B = V$) en el mundo c . En este caso hay relevancia de la implicación, ya que como en el mundo a es el caso que $A \rightarrow B$ y hay un mundo b en el que el valor de verdad del antecedente A debe ser verdadero, se genera un *Modus Ponens* y por ello, en mundo c el consecuente B debe ser verdadero. La interpretación semántica Routley-Meyer del relator R con mundos a , b , y c , siendo elementos de W^{17} , puede emular un operador que fusione la información distribuida en cada mundo para hacer relevantes las proposiciones que son el caso en los mundos a , b y c .

7.3 Propiedades y definiciones de la semántica relacional

A continuación se expone la formalización lógica de la Semántica Relacional incluida en Dunn y Restall (p. 71). Esta formalización consta de cinco propiedades del relator ternario de la Semántica Relacional, además de las definiciones de (R^+) Frame, Modelo y Verification Lemma, que se incluyen en el texto de Dunn y Restall, y que además, son elementos necesarios para la prueba del Axioma de Aserción que se incluye posteriormente.

¹⁵ No confundir R , que refiere a la relación ternaria de la semántica relacional, mientras que R es el sistema lógico relevante de Anderson y Belnap. Ambos están en estrecha relación pero no son lo mismo.

¹⁶ O $Rabc$ si se reemplazan las letras que representan los mundos a , b y c por x , y y z . En este trabajo ambas formas representan una relación ternaria entre mundos metalingüística, por lo que no hay una diferencia entre las dos formas.

¹⁷ Los mundos posibles a , b y c son elementos del conjunto W . Lo anterior es expresable de la siguiente forma: $a, b, c \in W$.

Propiedades del relator ternario en la Semántica Relacional:

1. (Identidad) $R0aa$
2. (Conmutatividad) $Rabc \longrightarrow Rbac$
3. (Asociatividad) $R^2(ab)cd \longrightarrow R^2a(bc)d$
4. (Idempotencia) $Raaa$

Según los autores estas propiedades no tienen la potencia que las de la Semántica Operacional. Adicionalmente, por razones técnicas se establece una propiedad más:

5. (Monotonía) $Rabc \text{ and } a' \leq a \longrightarrow Ra'bc$

Definición de (R^+) Frame como componente de un modelo: La Semántica Relacional se define como un (R^+) Frame. Tómese en cuenta que (R^+) Frame es una estructura $(K, R, 0)$ donde K es un conjunto no vacío, siendo sus elementos a, b y c , R es una relación ternaria en K , y además $0 \in K$.

Definición de Modelo como una estructura: Modelo es una estructura $\mathbf{M} = (K, R, 0, \models)$, donde $(K, R, 0)$ es un frame y \models es una relación desde K para oraciones de R^+ . Este modelo satisface ciertas condiciones (omitidas en este trabajo).

Definición de Verification Lemma¹⁸ como condición de satisfacibilidad de un modelo: Si en un modelo dado $(K, R, 0, \models)$, de \mathbf{A} se hay un seguimiento a \mathbf{B} en el sentido que por cada $a \in K$, $a \models \mathbf{A}$ solo si $a \models \mathbf{B}$, entonces $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ es verificado en el modelo así: $0 \models \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$, siendo $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ una tautología.

7.4 \vdash Prueba 6 de deducción natural del Axioma de Aserción en semántica relacional

Al igual que en la sección de Urquhart, Dunn y Restall hacen una prueba de deducción natural del Axioma de Aserción en la sección de la semántica de Routley-Meyer. Al igual que en la prueba sintáctica de la semántica operacional, se puede observar el comportamiento de las propiedades del relator ternario, y el método de descarga para

¹⁸ Además del Verification Lemma, se da otra condición de satisfacibilidad de un modelo, denominada Condición Hereditaria Atómica, cuya inclusión genera problemas en la Semántica Operacional. Esta discusión sin embargo, no pertenece a los límites del presente trabajo.

¹⁹ Una vez más, la intención de significado es la del término “*entails*”.

relevancia del sistema R en función de la preservación de relevancia en inferencias.

También puede observarse la importancia de la propiedad de Conmutatividad, en este caso del relator R . La prueba de deducción natural del Axioma de Aserción, perteneciente a la semántica relacional, es la siguiente²⁰:

1.	$a \models A$	(Hip)
2.	$b \models A \rightarrow B$	(Hip)
<hr/>		
3.	$c \models B$	(<i>Modus Ponens</i> 1, 2)
4.	$Rbac$	(Relación ternaria 2, 1, 3)
5.	$Rabc$	(Conmutatividad 4)
6.	$a, b \models B$	(\rightarrow 5)
7.	$a \models A \rightarrow B \rightarrow B$	(\rightarrow 6)
8.	$0 \models A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow B]$	(Verification Lemma 1, 7)

Donde en el paso 5 se utiliza la propiedad de conmutatividad del relator ternario para convertir la relación $Rbac$, en la relación $Rabc$. Y donde en los pasos 6 y 7 se utiliza la descarga de hipótesis por índices, de acuerdo al sistema R de Anderson y Belnap.

Finalmente, donde en el paso 8 se genera la tautología de $A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow B]$ por el Verification Lemma al utilizar las fórmulas de los pasos 1 y 7, los cuales son suficientes para generar la tautología. La fórmula del paso 8 está verificada en el modelo $a \models$.

Puede notarse que la prueba es muy parecida a la encontrada en la sección de Semántica.

Los cambios más notables pertenecen a las propiedades que cada operador en cada semántica posee.

7.5 Comentarios finales sobre la Noción de la Información en una semántica ternaria

Si bien ya se ha dedicado anteriormente una sección que versa sobre la noción de la información en interpretaciones semánticas de lógicas relevantes, es oportuno incluir algunos comentarios que hace Priest sobre la relación de la Semántica de Routley-Meyer con el tratamiento de la información. Dice Priest que la respuesta más prometedora a la pregunta por el significado de la relación ternaria es la de interpretarla con base en la noción de información. En esta interpretación los mundos son estados de información como

²⁰ La formalización de la prueba con el método de deducción natural es mía.

en la lógica intuicionista. Esta interpretación puede leer la relación $Rabc$ la condición de verdad del condicional así:

c contiene toda la información que puede obtenerse de la extracción de la información en a y b .

Esta condición de verdad brindada por Priest se justifica porque el estado de información x , en conjunto con el estado de información y , ‘descargan’ un *Modus Ponens* en el estado de información z . Podemos, incluso, observar este fenómeno en la primera prueba de deducción natural del sistema R.

Lo que establece la noción de la información en la semántica de Routley (como en la de Urquhart), es una interpretación filosófica que pretende contestar a la pregunta con la que Priest inaugura el tópico de la información en la relevancia: “*En particular, ¿qué significa la relación ternaria [o binaria en el caso de la semántica operacional], y porqué será razonable emplearla en el establecimiento de las condiciones de verdad de un condicional?*” (trad. p. 206) La respuesta a la pregunta como diversos autores de la relevancia contemporáneos lo aseveran, está en pleno desarrollo.

8. Conclusiones

A través de este trabajo se ha revisado la interpretación relevante como una alternativa a la interpretación material con el objetivo de dar a conocer una implicación que elimina los problemas de contraintuitividad y generación de paradojas. Este objetivo, a su vez, tiene la finalidad de ahondar en esta interpretación semántica alterna para un lenguaje lógico que podría ser utilizado en el acercamiento de la lógica a grupos donde se hace uso del razonamiento natural. De esta manera, la presente investigación se ha centrado en dar cuenta de los cambios semánticos, sintácticos y filosóficos que debe llevar a cabo una lógica si se quiere introducir la noción de relevancia para la implicación.

La semántica relacional y la semántica operacional recuperan una noción de relevancia que podría brindar un mejor entendimiento de la construcción de inferencias lógicas. Además, la teoría filosófica de la información que poseen en sus respectivas estructuras parece resignificar el empleo de la implicación a un nivel de mayor entendimiento entre la relación de antecedente y un consecuente.

Una aplicación de la implicación relevante en contextos que incluyen grupos no especializados en estos temas dependería de una efectiva adaptación de la estructura semántica y la significación que la semántica da a esta estructura, a estructuras de pensamiento y lenguaje natural. Parece que, como se ha mencionado arriba, la noción de la información es, posiblemente, un valioso elemento que podría facilitar la distancia entre el razonamiento natural y artificial.

Este texto, seguramente, no está exento de errores o imprecisiones formales y teóricas, por lo que será necesario de mi parte perfeccionar ambos aspectos de la investigación realizada en el futuro desarrollo de la misma. Finalmente el lector tiene la libertad de identificar estos errores e imprecisiones y hacérmelos saber para mejorar este proyecto.

9. Bibliografía

Dunn, Michael & Restall, Greg. (2002). *Relevance Logic and Entailment*. En *Handbook of Philosophical Logic Vol. 6*. Dordrecht: Kluwer.

L.T.F. Gamut. (1991). *Logic, Language and Meaning Vol. 1*. E.U.A.: University of Chicago Press.

Mares, Edwin. (2008). *General Information in Relevant Logic*. Recuperado de Victoria University of Wellington: <http://www.victoria.ac.nz/hppi/about/staff/publications/philquant4.pdf> [fecha de recuperación: 30 de mayo de 2014].

Mares, Edwin. (2012) *Relevance Logic*. Recuperado de Stanford Encyclopedia of Philosophy: <http://plato.stanford.edu/entries/logic-relevance/> [fecha de recuperación: 9 de abril de 2014].

Martínez, Maricarmen & Sequoiah-Grayson, Sebastian. (2014). *Logic and Information*. Recuperado de Stanford Encyclopedia of Philosophy: <http://plato.stanford.edu/entries/logic-information/> [fecha de recuperación: 20 de mayo de 2014].

Pagin, Peter. (2007). *Logic and Assertion*. Recuperado de Stanford Encyclopedia of Philosophy: <http://plato.stanford.edu/entries/assertion/logic.html> [fecha de recuperación: 30 de mayo de 2014].

Priest, Graham. (2008). *An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is*. Nueva York: Cambridge University Press [2ª edición].

Read, Stephen. (2012). *Relevant Logic: A Philosophical Examination of Inference*. Inglaterra: Stephen Read Press.

Restall, Greg. (2001). *Relevant and Substructural Logics*. Recuperado de: <http://www.helsinki.fi/esslli/courses/readers/K21.pdf> [fecha de recuperación: 10 de junio de 2014].